



GUÍA EXTRAORDINARIO/ ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD JUNIO

2024

Elaboró: Ing. Víctor Manuel Jiménez Romero.

Presentación:

La presente guía tiene como objetivo apoyar al estudiante que presenta el examen extraordinario de la asignatura Estadística y Probabilidad, mediante la solución de Estudios de Caso tipo que le permitirán desarrollar las habilidades mínimas necesarias para enfrentar los retos a nivel Universitario, a partir del análisis cognitivo.

Instrucciones:

Imprima el documento, tenga a la mano hojas de reúso (para realizar operaciones o hacer notas), lea cuidadosamente cada uno de los reactivos que se presentan y conteste (de preferencia con lápiz) haciendo uso de sus apuntes o bibliografía que el profesor o profesora en turno haya utilizado. Sin embargo, al final se propone una bibliografía alternativa.

PRIMERA PARTE. ESTADÍSTICA, DATOS AGRUPADOS.

I. ESTUDIO DE CASO.

Situación. En una autopista, donde la velocidad está marcada como 90 km/h, se midieron las velocidades de 55 automóviles en km/h y los resultados se muestran en la tabla siguiente:

111	93	130	118	118	109	106	126	149	94	85
122	120	123	88	142	114	92	92	106	114	88
119	86	94	137	146	134	98	113	89	126	148
102	149	94	99	135	139	111	122	122	104	86
143	145	129	97	145	123	132	139	121	139	104

Problema. Analizar la situación presentada, mediante un estudio estadístico.

Marco teórico. Se recomienda calcular las medidas centralizadoras (media, moda y mediana) y medidas de dispersión (varianza, desviación estándar y desviación media), para datos agrupados.

1. Ordenar los datos del menor al mayor:

TABLA 1. Elementos ordenados.

2. Calcule el valor del Rango:

Rango = Dato Mayor – Dato Menor = _____

3. Calcule en número de **Clase [1]**:

$NC = 1 + 3.3 \log n =$ _____

O bien,

$NC = \sqrt{n} =$ _____

4. Calcule la Amplitud del intervalo:

Amplitud del intervalo = $\frac{Rango}{NC}$ _____ = _____

5. Teniendo conocimiento de la Amplitud del Intervalo, obtenga los valores del **Intervalo de Clase o Límites [2]**, inferior y superior.

6. Obtenga la Unidad de variación:

Unidad de variación = _____

7. Divida la Unidad de variación entre 2:

Unidad de variación entre 2 = _____

8. Calcule los **Límites Reales [3]**, inferior y superior:

Recuerde que debe restar el valor obtenido en (7) al Límite inferior y sumar el valor obtenido en (7) al Límite superior.

9. Calcular las **Marcas de Clase [4]**:

Sume el Límite real inferior y el Límite real superior, posteriormente divida entre 2.

10. A partir de la tabla de datos ordenados, obtenga la **Frecuencia Absoluta Simple [5]**. No olvide realizar la suma para comprobar que es igual al número de elementos de la tabla "original".

11. Tome como referencia el número total de datos (n) igual a 1, calcule la **Frecuencia Absoluta Relativa [6]**. No olvide realizar la suma para comprobar que la suma es igual a 1, o bien, muy aproximadamente.

12. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Simple (5), obtenga la **Frecuencia Acumulada Simple [7]**.

13. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Relativa [6], obtenga la **Frecuencia Acumulada Relativa [8]**.

14. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Simple [5], obtenga la **Frecuencia Complementaria Simple [9]**.

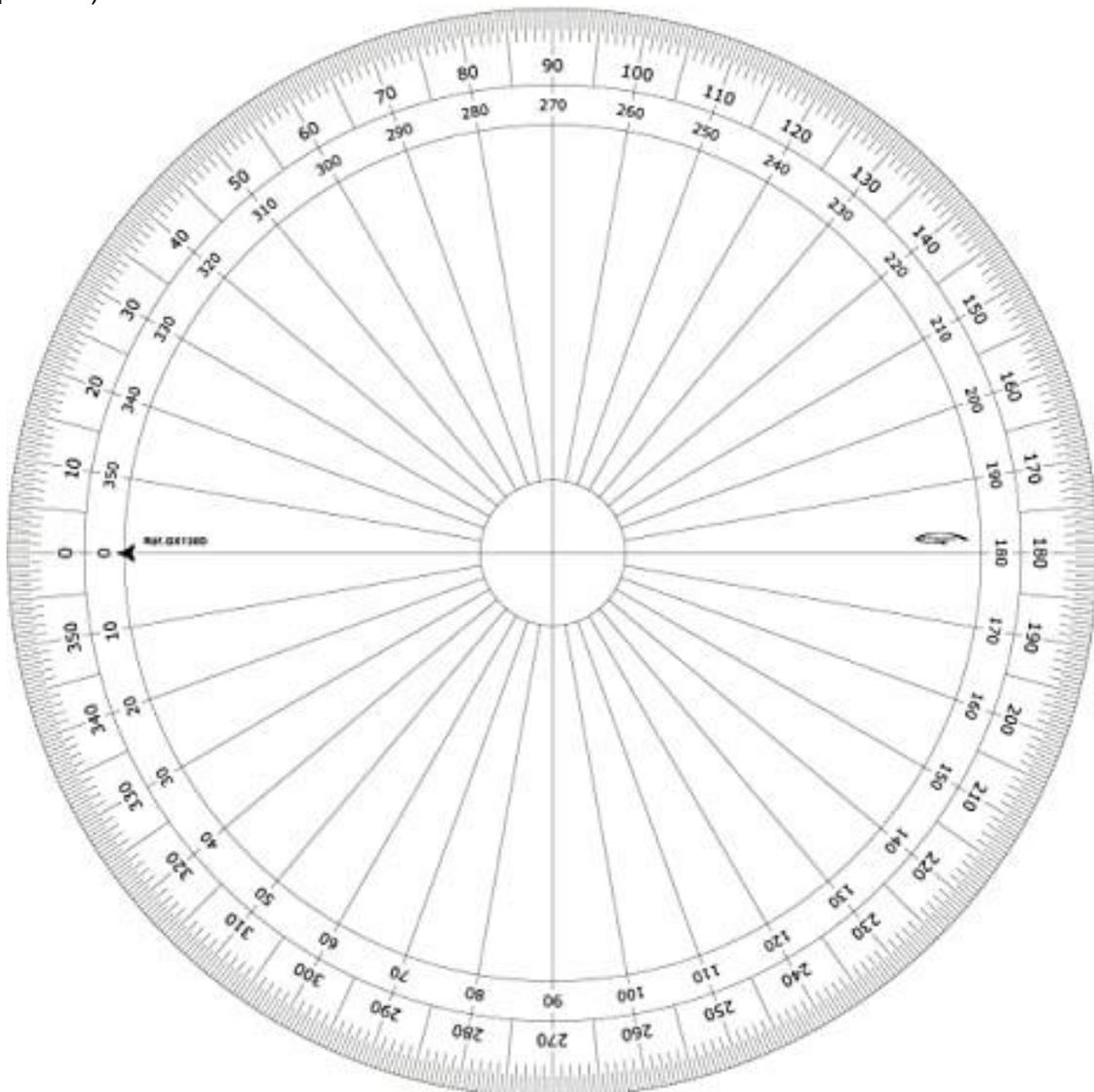
15. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Relativa [6], obtenga la **Frecuencia Complementaria Relativa [10]**.

16. Favor de utilizar la tabla siguiente para vaciar la información calculada u obtenida. Durante el examen, esta tabla es la que entregará al profesor sinodal.

					Sumas						

17. Obtener Histograma y Polígono de frecuencias.

18. Obtenga Diagrama de Pastel (las fracciones iluminadas deben ser aproximadas, pero manteniendo la misma proporción)



Cálculo de Medidas Centralizadoras

19. Cálculo de la media o promedio para datos agrupados.

$$= \frac{\sum i f_i}{\sum f_i} =$$

20. Obtención de la Mediana para datos agrupados.

El lugar de la mediana para datos agrupados debe cumplir con la condición de dejar la misma cantidad de datos de un lado y del otro. Se utiliza la interpolación lineal para obtener el valor que se encuentra entre dos extremos a una cierta razón.

Mediana = _____

21. Cálculo de la Moda:

$$= \frac{L_i + d_1 + d_2 l}{d_1 + d_2}$$

Moda = $L_i + d_1 + d_2 l$

l = límite inferior exacto, localizado de la clase modal de mayor frecuencia

f_m = frecuencia modal f_{as} = frecuencia absoluta simple $d_1 = f_m - f_{as}$ anterior

a la frecuencia modal $d_2 = f_m - f_{as}$ siguiente a la frecuencia modal

Medidas de Dispersión

22. Cálculo de la Desviación Media para datos agrupados.

$$DM = \frac{\sum_i^n (|m_i - \mu|)(f_i)}{\sum_i^n f_i} = \underline{\hspace{15cm}}$$

23. Cálculo de la varianza para datos agrupados:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i^n ni (m_i - \mu)^2 f_i}{n} = \underline{\hspace{15cm}}$$

24. Cálculo de la desviación estándar.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \underline{\hspace{15cm}}$$

25. Cálculo del coeficiente de variación:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \underline{\hspace{15cm}}$$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

27. Calcule el valor del Rango:

Rango = Dato Mayor – Dato Menor = _____

28. Calcule en número de **Clase [1]**:

$NC = 1 + 3.3 \log n =$ _____

O bien,

$NC = \sqrt{n} =$ _____

29. Calcule la Amplitud del intervalo:

Amplitud del intervalo = $\frac{Rango}{NC}$ = _____

30. Teniendo conocimiento de la Amplitud del Intervalo, obtenga los valores del **Intervalo de Clase o Límites [2]**, inferior y superior.

31. Obtenga la Unidad de variación:

Unidad de variación = _____

32. Divida la Unidad de variación entre 2:

Unidad de variación entre 2 = _____

33. Calcule los **Límites Reales [3]**, inferior y superior:

Recuerde que debe restar el valor obtenido en (7) al Límite inferior y sumar el valor obtenido en (7) al Límite superior.

34. Calcular las **Marcas de Clase [4]**:

Sume el Límite real inferior y el Límite real superior, posteriormente divida entre 2.

35. A partir de la tabla de datos ordenados, obtenga la **Frecuencia Absoluta Simple [5]**. No olvide realizar la suma para comprobar que es igual al número de elementos de la tabla "original".

36. Tome como referencia el número total de datos (n) igual a 1, calcule la **Frecuencia Absoluta Relativa [6]**. No olvide realizar la suma para comprobar que la suma es igual a 1, o bien, muy aproximadamente.

37. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Simple (5), obtenga la **Frecuencia Acumulada Simple [7]**.

38. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Relativa [6], obtenga la **Frecuencia Acumulada Relativa [8]**.

39. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Simple [5], obtenga la **Frecuencia Complementaria Simple [9]**.

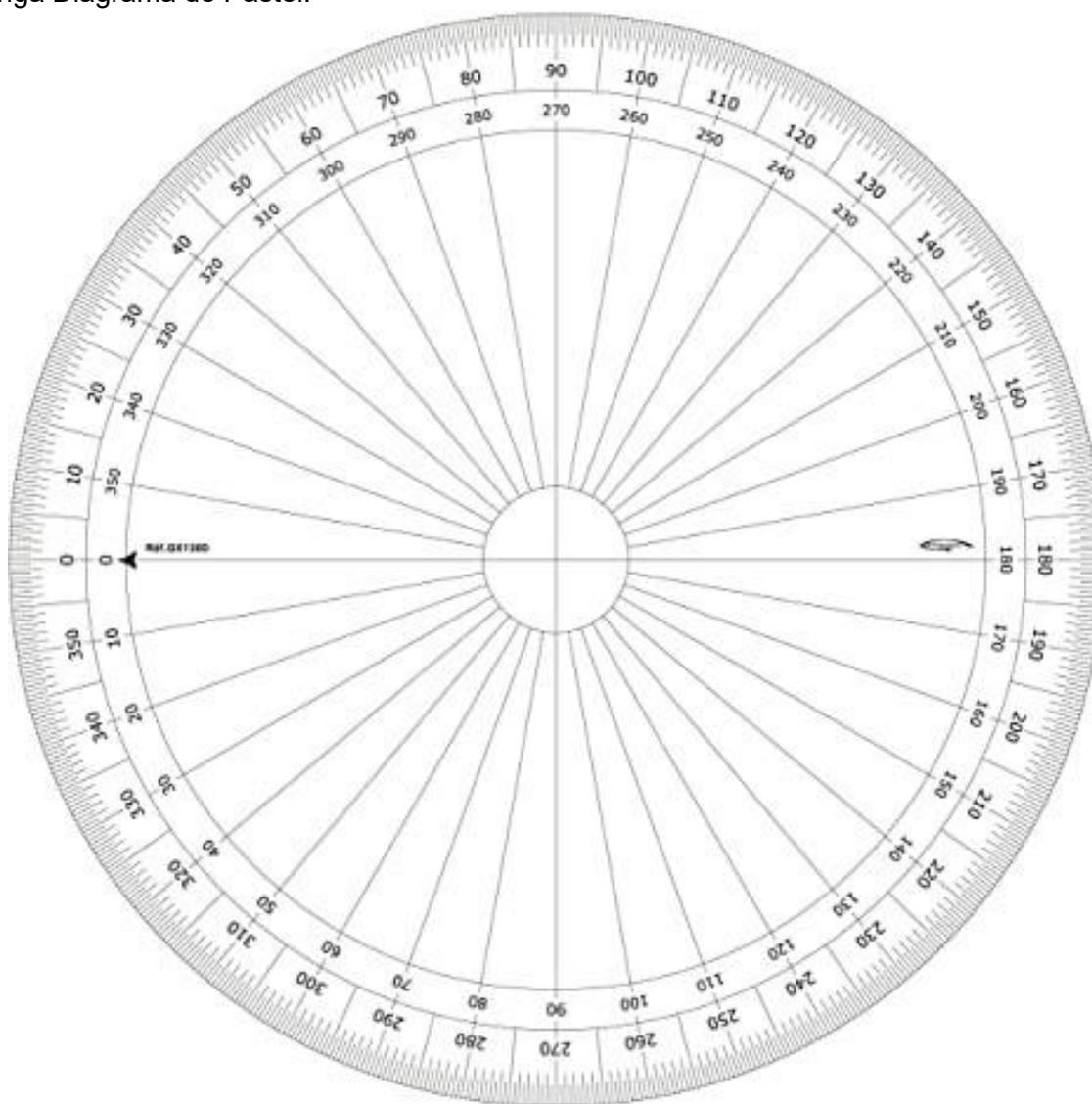
40. Haciendo uso de los datos de la Frecuencia Absoluta Relativa [6], obtenga la **Frecuencia Complementaria Relativa [10]**.

41. Favor de utilizar la tabla siguiente para vaciar la información calculada u obtenida. Durante el examen, esta tabla es la que entregará al profesor sinodal.

					Sumas						

42. Obtener Histograma y Polígono de frecuencias.

43. Obtenga Diagrama de Pastel.



Cálculo de Medidas Centralizadoras

19. Cálculo de la media o promedio para datos agrupados.

$$= \frac{\sum i f_i}{n} = \frac{\sum^n (f)(m)}{\square}$$

$$\sum i f_i$$

20. Obtención de la Mediana para datos agrupados.

El lugar de la mediana para datos agrupados debe cumplir con la condición de dejar la misma cantidad de datos de un lado y del otro. Se utiliza la interpolación lineal para obtener el valor que se encuentra entre dos extremos a una cierta razón.

Mediana = _____

21. Cálculo de la Moda:

$$= \frac{L_i + d_1 + d_2}{d_1 + d_2} l$$

$$\text{Moda} = L_i + \frac{d_1 + d_2}{d_1 + d_2} l$$

l = límite inferior exacto, localizado de la clase modal de mayor frecuencia

f_m = frecuencia modal f_{as} = frecuencia absoluta simple $d_1 = f_m - f_{as}$ anterior

a la frecuencia modal $d_2 = f_m - f_{as}$ siguiente a la frecuencia modal

Medidas de Dispersión

22. Cálculo de la Desviación Media para datos agrupados.

$$DM = \frac{\sum_i^n (|m_i - \mu|)(f_i)}{n} = \underline{\hspace{15cm}}$$

23. Cálculo de la varianza para datos agrupados:

$$s^2 = \frac{\sum n_i (m_i - \bar{x})^2 f_i}{n} = \underline{\hspace{15cm}}$$

24. Cálculo de la desviación estándar.

$$s = \sqrt{s^2} = \underline{\hspace{15cm}}$$

25. Cálculo del coeficiente de variación:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \underline{\hspace{15cm}} \bar{\mu}$$

SEGUNDA PARTE. CONJUNTOS. I.

ESTUDIO DE CASO.

Situación. A un grupo de 100 alumnos de la materia de probabilidad, se les indica que levanten la mano para contabilizar cuántos ya cursaron Matemáticas, cuántos Física y cuántos ambas materias, y se obtuvieron los resultados siguientes:

70 alumnos ya cursaron Matemáticas

60 alumnos ya cursaron Física

40 alumnos ya cursaron ambas materias Responda

a las preguntas siguientes:

a) ¿Cuántos alumnos ya estudiaron Física, pero no Matemáticas?

b) ¿Cuántos alumnos ya estudiaron Matemáticas, pero no Física?

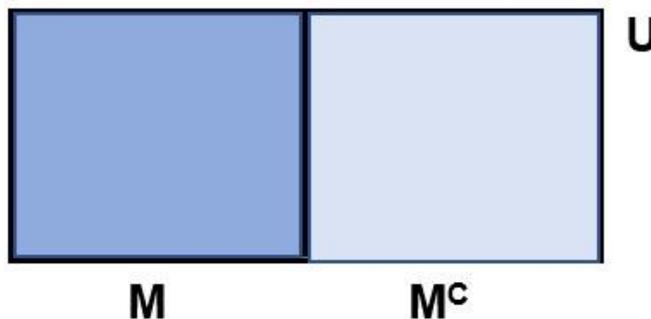
c) ¿Cuántos alumnos ya cursaron Matemáticas o Física?

d) ¿Cuántos alumnos no levantaron la mano y qué características tienen estos alumnos?

Tome en cuenta que los alumnos están en un salón (grupo), esto es un Universo de 100 alumnos:

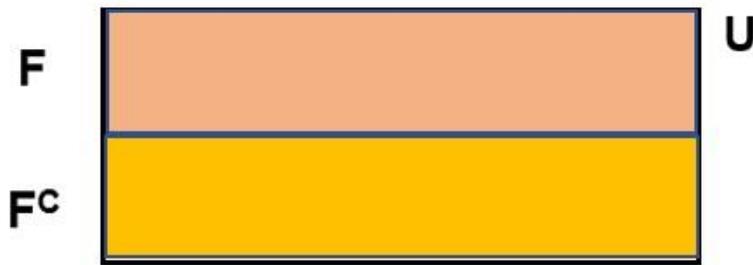


Por tanto, pida a los alumnos que se muevan del lado izquierdo los que estudiaron Matemáticas (conjunto M) y del lado derecho los que no estudiaron Matemáticas (complemento de M , esto es M^c):



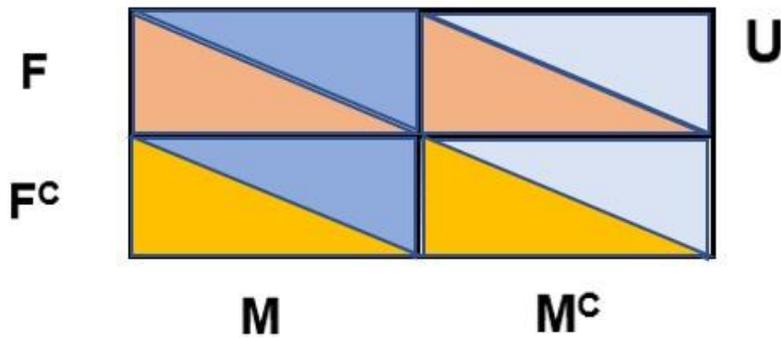
No pierda de vista que el Universo $U = M \cup M^c$.

Manteniendo la separación anterior, pida a los estudiantes que pasen al frente (arriba) los que ya cursaron Física y que se queden atrás (abajo) los que no han cursado Física.

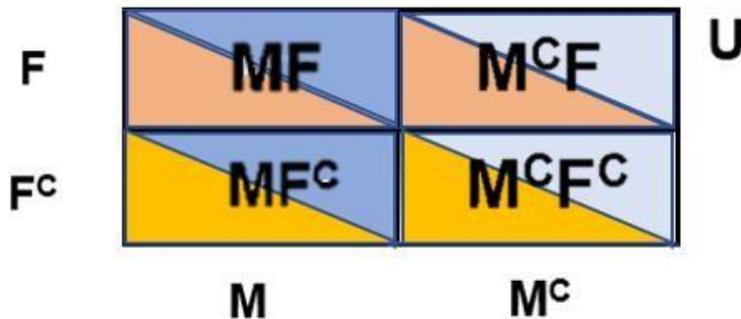


No pierda de vista que, también el Universo $U = F \cup F^c$.

Después de la anterior subdivisión, el grupo tendrá los siguientes subconjuntos:



Finalmente, el grupo estará formado por los siguientes subconjuntos:



Por tanto:

MF = conjunto de alumnos que ya cursaron Matemáticas (M) y Física (F)

$M^c F$ = conjunto de alumnos que no han cursado Matemáticas (M^c), pero ya cursaron Física (F).

$M F^c$ = conjunto de alumnos que ya cursaron Matemáticas (M), pero no han cursado Física (F^c).

$M^c F^c$ = conjunto de alumnos que no han cursado Matemáticas (M^c) y no han cursado Física (F^c).

De esta forma, el Universo (U) está formado por los conjuntos:

$$U = MF \cup M^cF \cup MF^c \cup M^cF^c$$

Así mismo, los alumnos que cursaron Física son representados por el conjunto:

$$F = MF \cup M^cF,$$

por tanto: $|F| = |MF| + |M^cF|$ sustituyendo valores:

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} + |M^cF| \text{ despejando: } |M^cF| \\ &= \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = 20 \end{aligned}$$

De la misma forma, los alumnos que cursaron Matemáticas son representados por el conjunto:

$$M = MF \cup MF^c$$

por tanto: $|M| = |MF| + |MF^c|$

sustituyendo valores: $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + |MF^c|$ despejando:

$$|MF^c| = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = 30$$

Ahora bien, alumnos que cursaron Matemáticas o Física se representan por: $MUF = MF \cup M^cF \cup MF^c$

Luego entonces: $|MUF| = |MF| + |M^cF| + |MF^c|$

Sustituyendo: $|MUF| = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 90$

Finalmente, si el Universo está dado por: $U = MF \cup M^cF \cup MF^c \cup M^cF^c$ luego

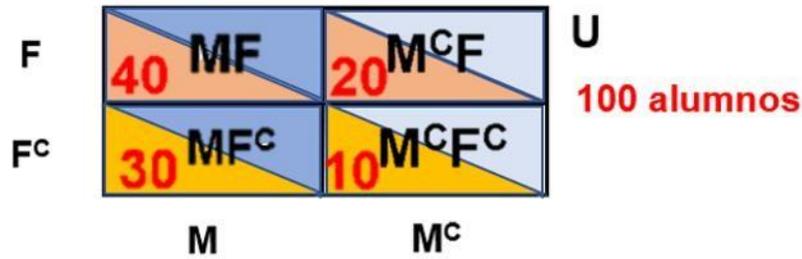
entonces: $|U| = |MF| + |M^cF| + |MF^c| + |M^cF^c|$ sustituyendo: $\underline{\hspace{2cm}} =$

$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + |M^cF^c| \text{ despejando: } |M^cF^c| =$$

$$\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = 10$$

Complemente el argumento. Estos 10 alumnos representan _____

Lo que se puede observar en el diagrama:



II. ESTUDIO DE CASO.

Situación. A un grupo de 45 alumnos de sexto semestre, se les indica que levanten la mano para contabilizar cuántos alumnos presentarán examen para ingresar a la UNAM, cuántos al IPN y cuántos a ambas, y se obtuvieron los resultados siguientes:

15 alumnos presentarán examen de ingreso a la UNAM

12 alumnos presentarán examen de ingreso al IPN

7 alumnos presentarán examen en ambas

Responda a las preguntas siguientes:

- ¿Cuántos alumnos presentarán examen de ingreso a la UNAM, pero no al IPN?
- ¿Cuántos alumnos presentarán examen de ingreso al IPN, pero no a la UNAM?
- ¿Cuántos alumnos presentarán examen de ingreso a la UNAM o al IPN?
- ¿Cuántos alumnos no levantaron la mano y qué características tienen estos alumnos?

Nota: Haciendo uso del caso anterior (alumnos que cursaron Matemáticas y/o Física), resuelva este caso, escribiendo o dibujando las imágenes necesarias en los espacios indicados.

Tome en cuenta que los alumnos están en un salón (grupo), esto es un Universo de 45 alumnos:



Por tanto, pida a los alumnos que se muevan del lado izquierdo los que presentarán examen de ingreso a la UNAM (conjunto **P**, de pumas) y del lado derecho los que no presentarán examen de ingreso a la UNAM (complemento de **P**, esto es **P^c**):



No pierda de vista que el Universo $U = P \cup P^c$.

Manteniendo la separación anterior, pida a los estudiantes que pasen al frente (arriba) los que presentarán examen en el IPN (conjunto B , de burros) y que se queden atrás (abajo) los alumnos que no presentarán examen de ingreso al IPN (complemento de B , esto es B^c).

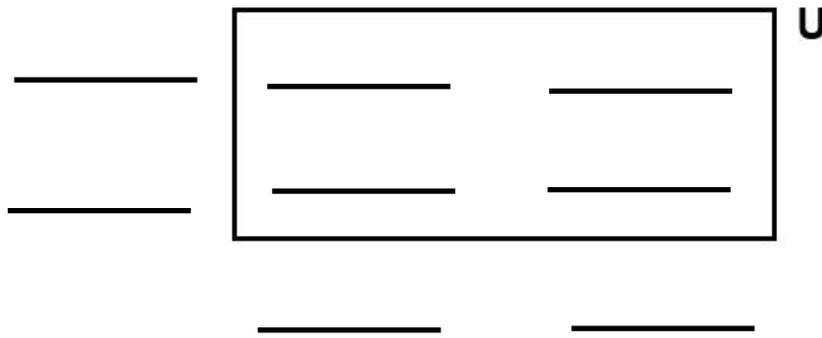


No pierda de vista que, también el Universo $U = B \cup B^c$.

Después de la anterior subdivisión, el grupo tendrá los siguientes subconjuntos:



Finalmente, el grupo estará formado por los siguientes subconjuntos:



Por tanto:

PB = conjunto de alumnos que examen de ingreso a la UNAM (**P**) y al IPN (**B**)

P^cB = conjunto de alumnos que no presentarán examen en la UNAM (**P^c**), pero sí en el IPN (**B**).

PB^c = conjunto de alumnos que presentarán examen en la UNAM (**P**), pero no en el IPN (**B^c**).

P^cB^c = conjunto de alumnos que no presentarán examen en la UNAM (**P^c**) y no en el IPN (**B^c**).

De esta forma, el Universo (**U**) está formado por los conjuntos:

$$U = \text{_____} \cup \text{_____} \cup \text{_____} \cup \text{_____}$$

Así mismo, los alumnos que presentarán examen de ingreso al IPN son representados por el conjunto:

$$\text{_____} = \text{_____} \cup \text{_____}, \text{ por tanto: } \text{_____} =$$

$$\text{_____} + \text{_____} \text{ sustituyendo valores: } \text{_____} =$$

$$\text{_____} + \text{_____} \text{ despejando: } \text{_____} = \text{_____} -$$

$$\text{_____} = \text{_____}$$

De la misma forma, los alumnos que presentarán examen de ingreso a la UNAM son representados por el conjunto:

$$\text{_____} = \text{_____} \cup \text{_____} \text{ por tanto: } \text{_____} =$$

$$\text{_____} + \text{_____} \text{ sustituyendo valores: } \text{_____} =$$

$$\text{_____} + \text{_____} \text{ despejando: } \text{_____} = \text{_____} -$$

$$\text{_____} = \text{_____}$$

Ahora bien, alumnos que presentarán examen en la UNAM o en el IPN se representan por:

$$\text{_____} = \text{_____} \cup \text{_____} \cup \text{_____}$$

$$\text{Luego entonces: } \text{_____} = \text{_____} + \text{_____} + \text{_____}$$

Sustituyendo: _____ = _____ + _____ + _____ = _____ Finalmente, si:

$U =$ _____ U _____ U _____ U _____ luego entonces: $|U| =$ _____ +

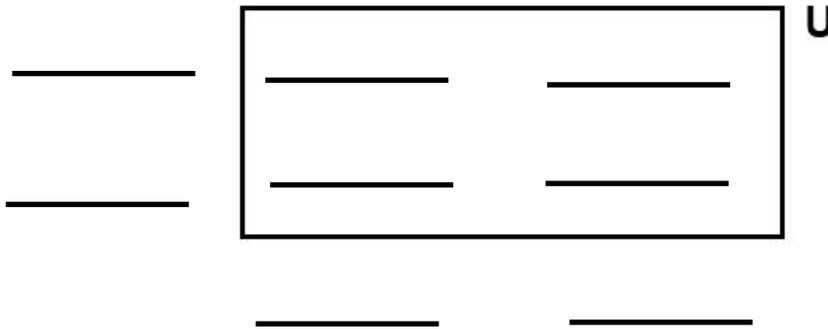
_____ + _____ + _____ sustituyendo: _____ = _____ + _____ +

_____ + _____ despejando: _____ = _____ - _____ - _____

- _____ = _____

Complemente el argumento. Estos _____ alumnos representan _____

Lo que se puede observar en el diagrama:



TERCERA PARTE. PROBABILIDAD

Resuelva los siguientes problemas con procedimiento:

53. Se nos informa que una pareja planea procrear tres hijos. ¿De cuántas maneras diferentes puede suceder este hecho? En otras palabras: ¿Cuál es el espacio muestral del experimento “procrear 3 hijos”?
54. Suponga que lanza un dado de 6 lados y elige una ficha de domino de 28 piezas, al mismo tiempo se tira un volado (se arroja una moneda al aire). ¿Cuántos resultados posibles existen?
55. ¿Cuántos números capicúas de 5 dígitos hay? Nota: Un número capicúa es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda, por ejemplo 12321 y 72227.

56. ¿Cuántos resultados se pueden obtener si se lanza un dado o una moneda?
57. Eliseo planea ir de la ciudad A a la ciudad B y de ahí a la ciudad C, cada uno de los 2 viajes puede hacerlo en camión, tren, auto o avión, pero con la condición de que al menos 1 de los viajes sea en avión, para no cansarse tanto. ¿De cuántas formas puede hacerlo?
58. Se tienen 3 colores diferentes (por ejemplo, Verde, Amarillo y Café) y se desea saber ¿cuántas combinaciones diferentes de 2 colores son posibles?
59. De un grupo de 9 personas, se van a seleccionar 3, para experimentar una nueva vacuna contra el coronavirus, ¿Cuántos grupos diferentes de tres personas se pueden formar?
60. ¿De cuántas formas diferentes es posible agrupar las cifras 1, 2, 3, en grupos de tres?
61. En cierta escuela 4% de los hombres y 1% de las mujeres miden 1.80 metros o más, además 40% de los estudiantes son hombres, ahora bien, si se selecciona un estudiante al azar y mide más de 1.80 m, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

BIBLIOGRAFÍA

- Salazar L., Bahena H., Martínez R. (2014), Probabilidad y estadística, México, Grupo Editorial Patria.**
- Academia Nacional de Matemáticas (2021), Probabilidad y estadística, México, http://www.matematicasdgei.org/files/Probabilidad-y-Estadistica-2021_Final.pdf**
- Ramírez J., Rivera J. (1990), TALLER DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA, México, UAM.**